Løsningsforslag H-06

1a) $\dfrac{\binom{16}{0}\binom{12}{5}}{\binom{28}{5}} = 0{,}0081$, $0{,}0081 + \dfrac{\binom{16}{1}\binom{12}{4}}{\binom{28}{5}} = 0{,}0886$. Forv.verdi= $5\cdot\dfrac{16}{28} \approx 2{,}9$

b) $28\cdot27\cdot26\cdot25\cdot24\cdot23\cdot22 = \dfrac{28!}{21!} = 5\,967\,561\,600$

c) Henholdsvis 4 og $\binom{4+x}{x}$ eller $\binom{4+x}{4}$

2a) X=antall bestillinger. $P(X>3) = 1-P(X\le 3) = 1- e^{-2}(1+\dfrac{2}{1!}+\dfrac{2^2}{2!}+\dfrac{2^3}{3!}) = 0{,}143$

b) Finne x slik at $P(X>x) = 1-P(X\le x) = 1- e^{-2}(1+\dfrac{2}{1!}+\dfrac{2^2}{2!}+\dfrac{2^3}{3!} + \ldots + \dfrac{2^x}{x!}) \le 0{,}05$

Finner ved innsetting at x=5 og $P(X>5) = 0{,}0166$

c) $Y= X_1 + X_2$ er Po(2+3) =Po(5) som gir E(Y)=Var(Y)=5.

$P(Y>9) = 1-P(Y\le 9) = 1- e^{-5}(1+\dfrac{5}{1!}+\dfrac{5^2}{2!}+\dfrac{5^3}{3!} + \ldots + \dfrac{5^9}{9!}) = 0{,}0361$

d) $W= Y_1 + Y_2+\ldots+Y_{100}$ der Y_i i=1,2,…,100 er Po(5). Dette gir E(W)=Var(W)= $100\cdot5=500$.

Vi antar at Y_i i=1,2,…,100 er uavhengige da vi kan anta at det er ulike distrikter det er snakk om. Fra sentralgrenseteoremet finner vi at W er tilnærmet N(500, 500). Dette gir at $P(510\le W\le 540) = P(\dfrac{510-500}{\sqrt{500}} \le \dfrac{W-E(W)}{\sqrt{Var(W)}} \le \dfrac{540-500}{\sqrt{500}}) = P(Z\le 1{,}79)-$

$P(Z\le 0{,}45) = 0{,}2897$

3a) $P(X_1\le 2|X_1\ge 0{,}5) = \dfrac{P(0{,}5\le X_1 \le 2)}{P(X_1\ge 0{,}5)} = \dfrac{0{,}2857}{0{,}3085} = 0{,}9261$

b) La $Y= X_1 - X_2$. Da vil Y være N(0,2). Dette gir $P(X_2\le X_1 \le X_2+1) = P(0\le X_1-X_2\le 1)$ $= P(0\le Y\le 1) = P(\dfrac{0-0}{\sqrt{2}} \le \dfrac{Y-E(Y)}{\sqrt{Var(Y)}} \le \dfrac{1-0}{\sqrt{2}}) = P(Z\le 0{,}71)-P(Z\le 0) = 0{,}2611$

c) X_1 er N(0,1) dvs pdf'en til X_1 er gitt ved $f_X(x)= \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

Y= X_1^2 dvs $X_1=\sqrt{Y}$. Dette gir $\frac{dX_1}{dy}=\frac{1}{2\sqrt{y}}$, $y \geq 0$.

$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X_1^2 \leq y) = P(-\sqrt{y} \leq X_1 \leq \sqrt{y}) = F_{X_1}(\sqrt{y}) - F_{X_1}(-\sqrt{y})$. Dette gir

$f_Y(y) = f_{X_1}(\sqrt{y}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{y}} - f_{X_1}(-\sqrt{y}) \cdot (-\frac{1}{2\sqrt{y}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} y^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{y}{2}}$, $y \geq 0$.

Dvs, Y er kjikvadratfordelt med 2 frihetsgrader.